

## エネルギー伝達特性による車両運動の分析

神奈川大学 山崎 徹・黒川 明仁・栗原 海

### 1. はじめに

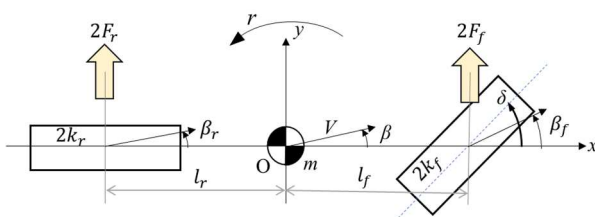
操縦安定性の評価項目の一つである操舵過渡応答特性は、ヨー共振周波数やヨー減衰比が評価指標として用いられている<sup>(1)</sup>。ヨー共振周波数はロール運動の影響を受けるが<sup>(2)</sup>、これは操舵応答であるヨー運動とロール運動の連成現象であり、いずれも振動現象である。

一方、著者らは統計的エネルギー解析法 (statistical energy analysis ; SEA) を活用し、振動問題の予測と対策に取り組んでいる<sup>(3)</sup>。SEA の中でも結合損失率 (coupling loss factor ; CLF) は、結合している要素間のエネルギーの伝達特性を表し、これを定量的に評価することで、振動問題の原因となる箇所を、詳細構造が決定していない設計初期段階に特定することができ、対策指針を得られる<sup>(4)(5)</sup>。

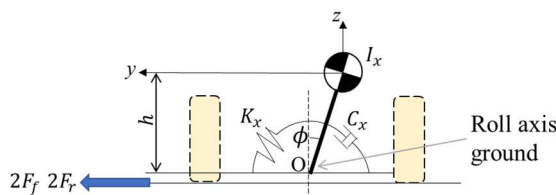
本報では、ヨー運動とロール運動を対象に、二自由度振動系のエネルギー伝達特性の評価式を適用し、ヨーとロール間の伝達特性値を用いて、ステア特性 (NS, US, OS) 及び、ロール剛性とロール減衰が操舵応答に与える影響を考察する。以上により、車両運動性能にエネルギーの伝達による解釈を新たに導入し、車両の運動を振動や騒音と同等にエネルギー伝達の視点から解析を可能にすることを目的とする。

### 2. 車両モデル

振動現象としてヨー運動とロール運動を扱うため、本論文ではこれらの運動を表現する、単純かつ基礎的な文献<sup>(2)</sup>の車両モデルを扱う。



(a) Yaw motion



(b) Roll motion

Fig.1 Vehicle model

### 2.1. 車両モデルの概要

図 1 に車両モデルの模式図を示す。図 1(a)はヨー運動を示し、前後の左右輪を一体とした二輪モデルである。図 1(b)はロール運動を示している。図 1 の各諸元は表 1 に示す。

ロール運動について、ロールによって車両のサスペンション部で生じるロールステアや対地キャンバ角の変化は考慮しない。

Table1 Parameters of vehicle model

$m$	Vehicle weight [kg]	1500
$I_z$	Yaw moment of inertia [ $\text{kgm}^2$ ]	2500
$I_x$	Roll moment of inertia [ $\text{kgm}^2$ ]	525
$g$	Gravitational acceleration [ $\text{m/s}^2$ ]	9.81
$h$	Roll arm length [m]	0.1
$V$	Velocity [km/h]	10~200
$K_x$	Roll stiffness [Nm/rad]	50000
$C_x$	Roll damping [Nms/rad]	5000
$l_f$	Distance between front wheels and center of gravity [m]	1.2~1.6
$l_r$	Distance between rear wheels and center of gravity [m]	1.2~1.6
$k_f$	Front wheel cornering power [N/rad]	55000
$k_r$	Rear wheel cornering power [N/rad]	55000
$\delta$	Steering angle [rad]	0.03
$r$	Yaw rate [rad/s]	-
$\phi$	Roll angle [rad]	-
$\beta$	Side slip angle [rad]	-

### 2.2. 運動方程式

図 1 の車両モデルについて、座標系を図中の原点 O に固定した場合の運動方程式は、それぞれ以下に表せる。

$$mV(r + \dot{\beta}) = 2F_f + 2F_r \quad (1)$$

$$I_z \dot{r} = 2l_f F_f - 2l_r F_r \quad (2)$$

$$I_x \ddot{\phi} = -C_x \dot{\phi} - (K_x - mgh)\phi + 2hF_f + 2hF_r \quad (3)$$

式(1)と(2)は平面運動モデルであり、車両の進行方向に対して、横方向のつり合いが式(1)、回転方向のつり合いが式(2)である。また、式(3)はロール運動の運動方程式である。

式中の前後輪のコーナリングフォース $F_f$ と $F_r$ は以下である。

$$F_f = -k_f \left( \beta + \frac{l_f}{V} r + \frac{h}{V} \dot{\phi} - \delta \right) \quad (4)$$

$$F_r = -k_r \left( \beta - \frac{l_r}{V} r + \frac{h}{V} \dot{\phi} \right) \quad (5)$$

式(4)と(5)を、式(1)から(3)に代入すると、以下となる。

$$mV\dot{\beta} + \left\{ mV + \frac{2}{V}(l_f k_f - l_r k_r) \right\} r = -2(k_f + k_r)\beta - \frac{2h}{V}(k_f + k_r)\dot{\phi} + 2k_f \delta \quad (6)$$

$$I_z \dot{r} = -2(l_f k_f - l_r k_r)\beta - \frac{2}{V}(l_f^2 k_f + l_r^2 k_r)r - \frac{2h}{V}(l_f k_f - l_r k_r)\dot{\phi} + 2l_f k_f \delta \quad (7)$$

$$I_x \ddot{\phi} = -\left\{ C_x + \frac{2h^2}{V}(k_f + k_r) \right\} \ddot{\phi} - (K_x - mgh)\dot{\phi} - 2h(k_f + k_r)\beta - \frac{2h}{V}(l_f k_f - l_r k_r)r \quad (8)$$

### 3. 二自由度振動系のエネルギー伝達特性

本報では、二自由度振動系のエネルギー伝達特性について概説し活用することとし、その詳細は別報で行う。

#### 3.1. 伝達特性の評価式

図2に示す二自由度振動系において、質点間のエネルギー収受は図3のように起こると考えられる。 $E_1$ と $E_2$ は各質点が保有するエネルギーの量、 $P_{d1}$ と $P_{d2}$ は各質点での散逸パワー、 $P_{12}$ は各質点間の伝達パワーを示す。伝達パワー $P_{12}$ は、以下の式で表される。

$$P_{12} = \omega \eta_{12} (E_1 - E_2) \quad (9)$$

$\eta_{12}$ は質点間のエネルギーの伝わり易さの度合いであり、エネルギー伝達特性である。伝達特性の評価式は次式である。

$$\eta_{12} = \frac{1}{\omega} \frac{\kappa^2 (\Delta_1 + \Delta_2)}{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + (\Delta_1 + \Delta_2)(\omega_1^2 \Delta_2 + \omega_2^2 \Delta_1)} \quad (10)$$

ここで、 $\omega_1, \omega_2$ は各質点の非連成固有角振動数、 $\Delta_1, \Delta_2$ は減衰特性、 $\kappa_{12}$ は質点間の結合パラメータであり、それぞれ以下で表される。

$$\omega_i = \sqrt{\frac{k_i + k_c}{m_i}} \quad (11)$$

$$\Delta_i = \frac{c_i}{m_i} \quad (12)$$

$$\kappa_{12} = \frac{k_c}{\sqrt{m_1 m_2}} \quad (13)$$

式(10)の伝達特性 $\eta_{12}$ の評価式は、後述する図3(c)の周波数応答関数より、図3(d)のように応答エネルギーを周波数平均とすることで得られる。

このことから、伝達特性として1つのパラメータとして表せるので、設計においても方向性を策定するのに扱いやすいといった利点がある。

#### 3.2. 伝達特性の活用

ここでは、伝達特性 $\eta_{12}$ による応答の変化例を示し、伝達特性の活用について論じる。

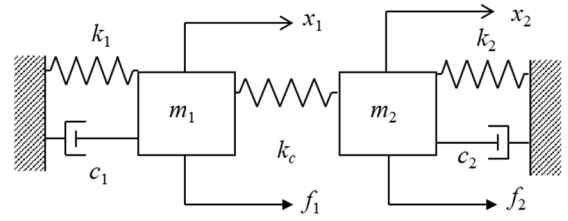


Fig.2 Two dof vibration system

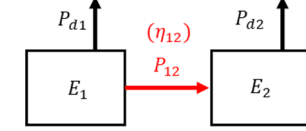
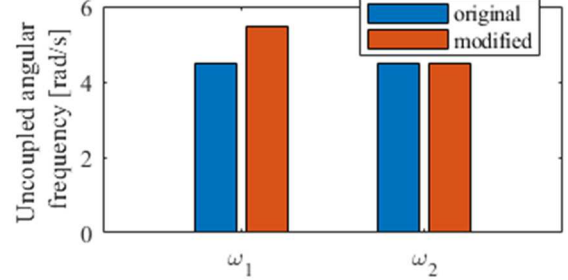
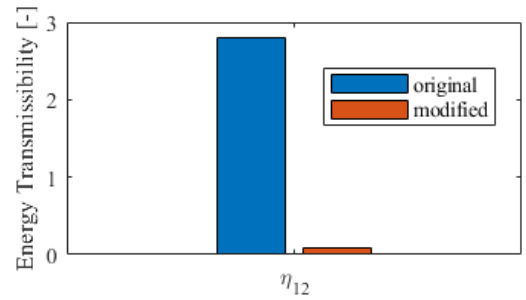


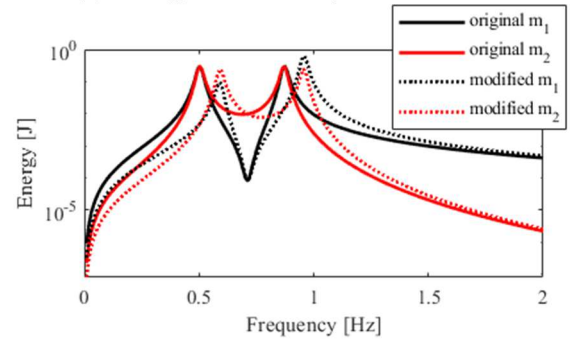
Fig.3 Energy relationship between two subsystems



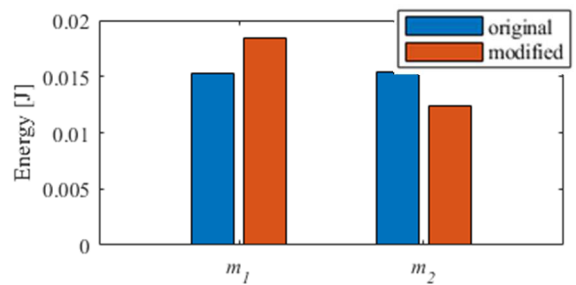
(a) Uncoupled natural angular frequency at each mass point



(b) Energy Transmissibility between masses



(c) Kinetic energy of each mass



(d) Frequency average of kinetic energy

Fig.4 Comparisons of vibration energies, energy transmissibility between the original model and the modified model

まず、質点1の非連成固有角振動数 $\omega_1$ を変更し、伝達特性 $\eta_{12}$ との関係を検討する。図2の振動系において、 $m_1 = m_2 = 10 \text{ kg}$ ,  $k_1 = k_2 = k_c = 100 \text{ N/m}$ ,  $c_1 = c_2 = 2 \text{ Ns/m}$ を基準(original)とし、 $k_1$ を2倍とする変更(modified)を考える。このとき $\omega_1 = \omega_2$  (original)の関係から $\omega_1 \neq \omega_2$  (modified)となる。加振入力は質点1に1Nの正弦入力とする。

図4に結果を示す。図4(a)に各質点の非連成固有角振動数 $\omega_1$ と $\omega_2$ を示す。 $k_1$ を2倍とする変更により $\omega_1$ のみが大きくなり、 $\omega_1$ と $\omega_2$ の二乗差が大きくなる。その結果、図4(b)の伝達特性は式(10)より小さくなる。このとき、図4(c)の応答エネルギー(運動エネルギー)は、質点1の1次ピーク値は下がるものの2次ピーク値は大きくなっている。また、質点2のピーク値の変化は小さい。これらの周波数平均したエネルギーを図4(d)に示す。変更により質点1の応答は増え、質点2が減っている。すなわち、伝達特性 $\eta_{12}$ を小さくしたことにより、質点1に入力されたエネルギーは質点2へ伝わりにくくなり、質点1にとどまった、と解釈することができる。

本報では、以上の伝達特性を用いてエネルギー伝達の視点から、車両運動の応答を解釈する。

#### 4. ステア特性と伝達特性の対応

本章では、エネルギー伝達特性の評価式をヨー運動とロール運動に適用し、車両の各ステア特性を論じる。

##### 4.1. ヨー運動とロール運動の伝達特性

エネルギー伝達特性の評価式を評価するために、式(6)から(8)に基づき、ヨー角速度とロール角の非連成の固有角振動数 $\omega_r$ と $\omega_\phi^{(6)}$ (これらをそれぞれヨー共振周波数とロール共振周波数とも称す)。減衰特性 $\Delta_r$ と $\Delta_\phi$ 、結合パラメータ $\kappa_{r\phi}$ が、以下に定められる。

$$\omega_r = \sqrt{\frac{4k_f k_r (l_f + l_r)^2}{m l_z V^2} - \frac{2(l_f k_f - l_r k_r)}{I_z}} \quad (14)$$

$$\omega_\phi = \sqrt{\frac{K_x - mgh}{I_x}} \quad (15)$$

$$\Delta_r = \frac{2}{V I_z} (l_f^2 k_f + l_r^2 k_r) \quad (16)$$

$$\Delta_\phi = \frac{1}{I_x} \left\{ C_x + \frac{2h^2}{V} (k_f + k_r) \right\} \quad (17)$$

$$\kappa_{r\phi} = \frac{2h}{V \sqrt{I_z I_x}} (l_f k_f - l_r k_r) \quad (18)$$

なお、式(14)のヨー共振周波数 $\omega_r$ は、式(6)と(7)から横滑り角 $\beta$ とヨー角速度 $r$ の連成項より、特性方程式として解き、その慣性項と復元項から求まる<sup>(8)</sup>。

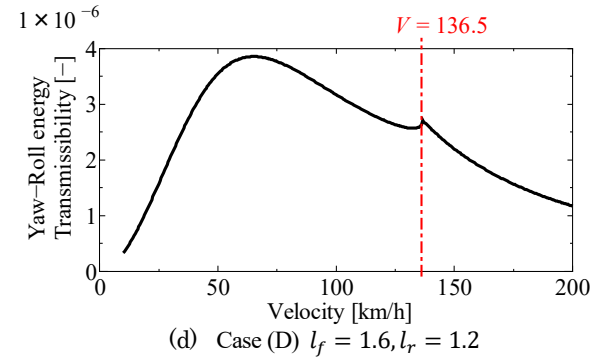
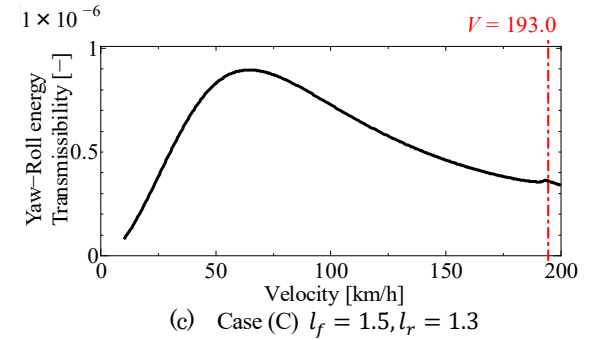
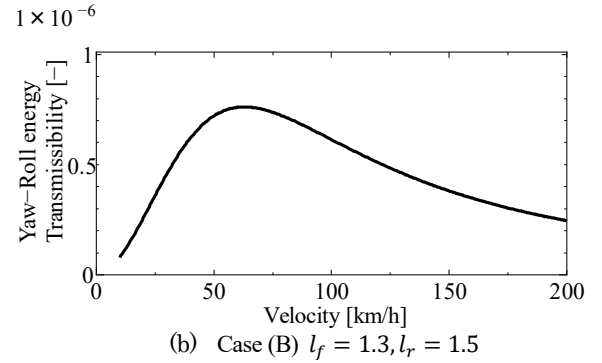
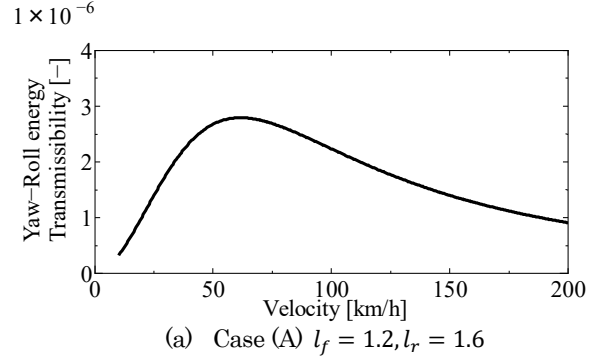


Fig.5 Relationship between velocity and energy transmissibility

以上、本車両モデルのエネルギーの伝達特性は、式(10)より、

$$\eta_{r\phi} = \frac{1}{\omega} \frac{\kappa_{r\phi}^2 (\Delta_r + \Delta_\phi)}{(\omega_r^2 - \omega_\phi^2)^2 + (\Delta_r + \Delta_\phi)(\omega_r^2 \Delta_\phi + \omega_\phi^2 \Delta_r)} \quad (19)$$

となる。これより、例えば $\omega_r$ と $\omega_\phi$ が近い値の場合、 $\eta_{r\phi}$ は大きくなる。つまり、ヨーとロール間のエネルギー伝達が大きくなる、など論じることができる。

#### 4.2. NS 特性の評価

はじめに、NS 特性について考える。この場合の車両は、 $l_f = l_r$ ,  $k_f = k_r$ である。よって結合パラメータ $\kappa_{r\phi}$ は、式(17)より 0 となり、伝達特性 $\eta_{r\phi}$ も式(19)より 0 となる。すなわち、ヨーとロールはエネルギーの伝達は生じない。よってヨーとロールは連成しない

#### 4.3. US・OS 特性の評価

次に、US 特性と OS 特性を考える。本検討に用いる車両の基本的な諸元は表 1 の通りであり、重心と前輪・後輪間の距離を変更することで、二つの特性、強弱の計 4 種を考え、それぞれ以下に設定する。

- Case (A) 強い US 特性の :  $l_f = 1.2, l_r = 1.6$
- Case (B) 弱い US 特性の :  $l_f = 1.3, l_r = 1.5$
- Case (C) 弱い OS 特性の :  $l_f = 1.5, l_r = 1.3$
- Case (D) 強い OS 特性の :  $l_f = 1.6, l_r = 1.2$

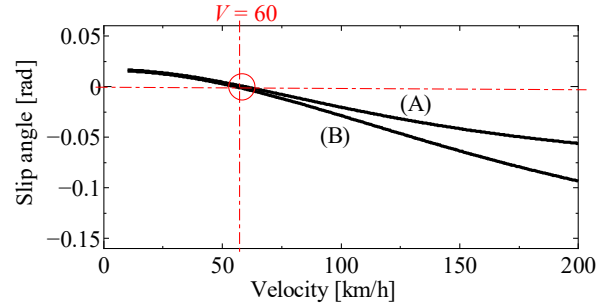
また、車速を 10km/h から 200km/h まで変更し、エネルギー伝達特性との対応を検討する。

図 5 に、各ステア特性における車速によるヨーとロール間の伝達特性 $\eta_{r\phi}$ の変化を示す。縦軸のスケールはそれぞれ異なる。同図(a)と(b)より、US 特性ではステア特性が強い(A)の方が、伝達特性が大きい。また、同図(c)と(d)の OS 特性でも、

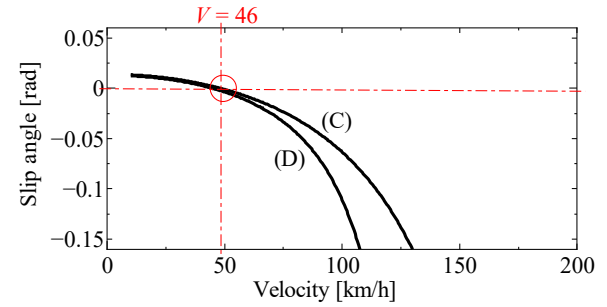
ステア特性の強い(D)の方が伝達特性は大きい。すなわち、NS 特性では伝達特性は 0 であり、それを基準にステア特性が乖離するほど伝達特性が大きくなり、ヨー運動からロール運動へのエネルギーが伝わり易くなる。

(A)~(D)全てに共通して 60km/h 付近で伝達特性が 1 つ目のピークとなる。図 6 に(A)~(D)における車両旋回時の横滑り角  $\beta$  と車速  $V$  の関係を示すが、46km/h から 60km/h 間の速度のときに横滑り角がゼロクロッシングしている。すなわち、横滑り角が 0 となると、ヨーとロール間でエネルギーが行き来しやすくなるため、図 5 の伝達特性のピークが生じると理解できる。

また、(A)と(D)の車両のヨー共振周波数とロール共振周波数に着目する。図 7 に各共振周波数と車速の関係を示す。同図より、(A)では 71km/h、(D)では 60km/h でヨー共振周波数(黒線及び赤線)とロール共振周波数(青線)が一致している。よって式(18)より、ヨーとロール間の伝達特性が大きくなりピークが生じる原因となる。



(a) Side slip angle of (A) and (B)



(b) Side slip angle of (C) and (D)

Fig.6 Relationship between velocity and side slip angle

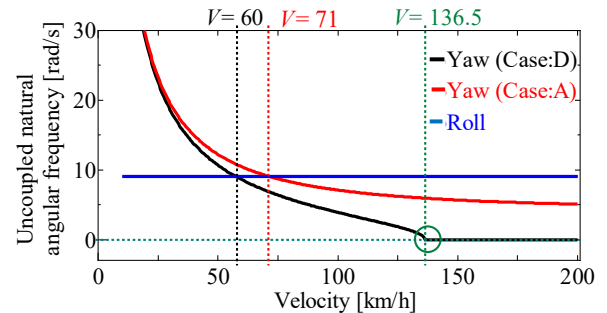


Fig.7 Relationship between yaw and roll uncoupled natural angular frequency

#### 4.4. OS 特性時の安定限界速度の評価

OS 特性である図 5 の(c)と(d) (case(C)と(D))に着目する。これらの図より、伝達特性の 1 つ目のピーク前後では US 特性と OS 特性の大きな違いが見られないが、高速域で不連続となる速度が生じる。図 5(c)の(C)では 193.0km/h、(d)の(D)では 136.5km/h である。一般的に、OS 特性の車両では定常円旋回時に車速を上げていくと安定限界速度 $V_c$ を境に車両が動的に不安定になる。安定限界速度 $V_c$ は、スタビリティファクタ $A$ を用いて以下のように定義される<sup>(8)</sup>。

$$A = -\frac{m}{2(l_f + l_r)^2} \frac{l_f k_f - l_r k_r}{k_f k_r} \quad (20)$$

$$V_c = \sqrt{-\frac{1}{A}} \quad (21)$$

表 1 の諸元より安定限界速度を計算すると、(C)の車両では  $V_c = 193.0\text{km/h}$ 、(D)の車両では  $V_c = 136.5\text{km/h}$  となり、図 5 で不連続となる点と一致している。このことからヨーとロー

ル間の伝達特性 $\eta_{r\phi}$ から、OS 特性の車両の安定限界速度も求められることがわかる。

(D)の車両を例に、ヨーとロール間の伝達特性 $\eta_{r\phi}$ が安定限界速度にて不連続になることを考察する。図 7 より、車両のヨー共振周波数 $\omega_r$  (黒線) と車速 $V$  (横軸) の関係に着目すると、ヨー共振周波数 $\omega_r$ は安定限界速度 136.5km/hにて 0rad/s となり、それより高速域では式(14)より虚数をとる。その結果、安定限界速度より高速では、式(19)におけるヨー共振周波数 $\omega_r$ が 0rad/s となり、伝達特性 $\eta_{r\phi}$ の不連続の原因となる。安定限界速度と不連続の点が一致する理由は、式(14)のヨー共振周波数 $\omega_r$ で説明できる。これは $\omega_r$ の根号内が、負値となる条件

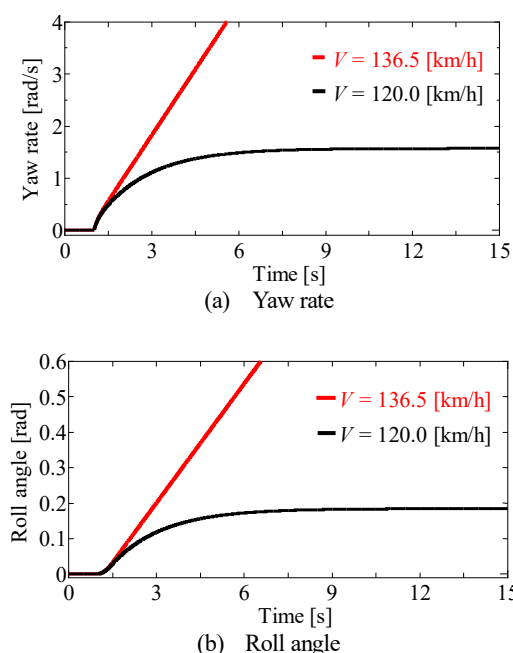


Fig.8 Divergence and convergence of steering response

が安定限界速度の条件と一致するためである。ところで、ヨー共振周波数が 0rad/s である場合は、ヨー運動とロール運動は振動しないことを意味する。図 8 に車速が 120.0km/h と安定限界速度の 136.5km/h におけるヨー角速度とロール角の応答の比較を示すが、120.0km/h の場合は応答が収束し、136.5km/h の場合では応答が発散することがわかる。

なお、(A)と(B)の US 特性の車両では、 $l_f k_f - l_r k_r < 0$ であり、式(14)のヨー共振周波数は、 $\omega_r > 0$ と常に実数となる。よって、式(19)のヨー共振周波数 $\omega_r$ が、ある速度で零になることはなく、伝達特性は不連続にならず、安定限界速度も存在しない。(図 5(a),(b))

### 5. 過渡応答特性と伝達特性の対応

本章では操舵過渡応答を対象として、ロール運動特性とヨーとロール間の伝達特性の対応関係について検討を行う。ここでは、ロール剛性 $K_x$ とロール減衰係数 $C_x$ の2つをパラメータに操舵過渡応答特性を伝達特性で論じる。

解析に用いるその他の諸元は表 1 の値とし、前後輪と重心間の距離は先述の US 特性の(A)  $l_f = 1.2, l_r = 1.6$ とする。また、操舵角を 0.03rad として、車速は 100km/h とし、1 秒後でステップ状に操舵し、円旋回運動をしているものとする。

#### 5.1. ロール剛性の変更による伝達特性への影響

ロール剛性 $K_x$ について、50,000Nm/rad から 30,000Nm/rad へ変更する。このときヨーとロール間の伝達特性 $\eta_{r\phi}$ は $2.23 \times 10^{-6}$ から  $3.66 \times 10^{-6}$  と増加する。

図 9 に、定常円旋回をさせたときのヨー角速度とロール角の応答波形を示す。ロール剛性を低下させたことで、ヨー角速度は変化しないが、ロール角の定常応答値が増加している。

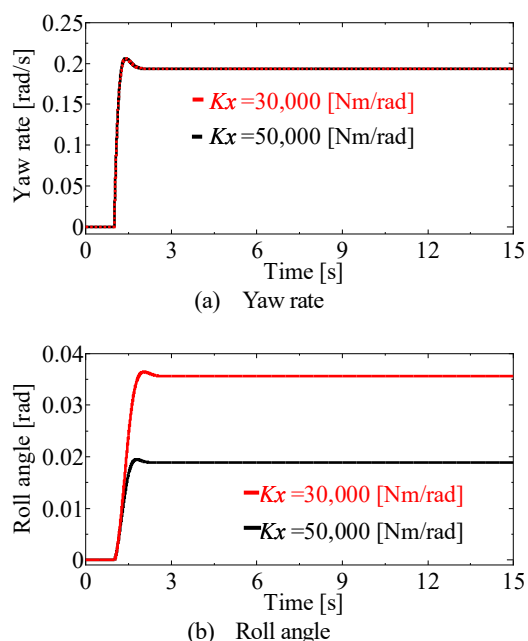


Fig.9 Relationship between roll stiffness and steering response

伝達特性が大きくなったことから、操舵により生じる旋回運動のエネルギーが、ヨー運動にとどまらずに、ロール運動に伝わりやすくなったと説明できる。

#### 5.2. ロール減衰の変更による伝達特性への影響

次に、ロール減衰係数 $C_x$ を変更した場合について検討を行う。ロール減衰係数を 5,000Nms/rad から 1/10 の 500Nms/rad へ変更する。このときヨーとロール間の伝達特性 $\eta_{r\phi}$ は $2.23 \times 10^{-6}$ から、 $3.40 \times 10^{-6}$ と増加する。図 10 にヨー角速度とロール角の過渡応答をそれぞれ示す。同図(b)より、ロール減衰係数を小さくすると、応答の過渡部でオーバーシュート量が増加し、自由振動しやすい。また、同図(a)にヨー角速度の過渡応答を示すが、同じく過渡部よりわずかながらもヨー運動でもオーバーシュート量が増加することを確認した。したがって、ロール減衰を小さくすることは、1 自由度振動系の過渡応答特性と同様に、減衰が低下することで、オーバーシュート量



が増え、ロール運動に伴い生じる振動エネルギーが、ヨー運動と相互にエネルギー伝達をすることとなる。これは伝達特性  $\eta_{r\phi}$  が増加しているためである。

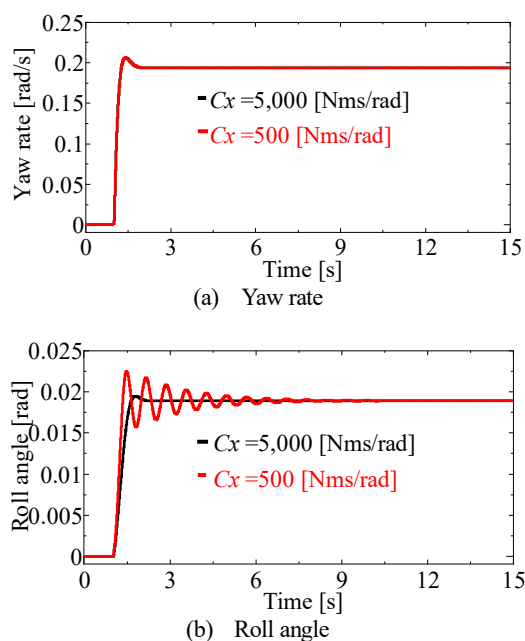


Fig.10 Relationship between roll damping and steering response

## 6. おわりに

本論文では、ヨー運動とロール運動を振動エネルギー伝達視点で論じた。得られた成果は以下に要約される。

- 1) NS 特性の車両は、ヨー運動とロール運動間のエネルギー伝達特性は 0 であるため、両運動間のエネルギーのやり取りは存在しない。
- 2) US 特性および OS 特性の車両は、ヨー運動とロール運動間のエネルギー伝達特性を有し、NS 特性からの乖離が大きいほどにその値は大きくなり、横滑り角  $\beta$  が正から負に車速と、ヨーとロールの共振周波数が一致する車速で最大値になりやすい。
- 3) OS 特性の車両は、ヨー共振周波数が 0 rad/s となるときに常にヨーとロールの応答が発散し、安定限界速度となり、ヨー運動とロール運動間のエネルギー伝達特性はそのとき不連続となる。
- 4) ロール剛性を下げることで、ヨー運動とロール運動間のエネルギー伝達特性は増加する。このとき操舵によって生じる旋回運動のエネルギーがヨー運動に留まらず、ロール運動へ伝わりやすくなった。
- 5) ロール減衰係数を下げることで、ロール運動の過渡応答はオーバーシュート量が増え、振動しやすくなる。その結果、ヨー運動とロール運動間のエネルギー伝達特性は増加し、自由振動がヨー運動に伝わりやすくなる。

## 参考文献

- (1) 酒井英樹：ヨー共振モードについての基礎的研究（簡潔モデルの共振現象から解釈するヨー共振現象とドライバの評価用語との関係），日本機械学会論文集，D-18-00014,p.1-17(2018)
- (2) 酒井英樹：ロール運動がヨー共振周波数に及ぼす影響，自動車技術会論文集，Vol.50，No.6，November (2019)
- (3) 山崎徹ほか：ホワイトボディの振動エネルギー伝搬モデルによる概念設計，自動車技術会 2019 年秋季大会学術講演会公演予稿集，20196158，No.125-19 (2019)
- (4) 山崎徹ほか：SEA による機械製品の個体音低減プロセス，日本機械学会論文集（C 編），73 巻 726 号，No.06-0556，p446-452 (2007)
- (5) 木俣葵ほか：振動エネルギー伝搬に基づく減衰付加位置の検討，自動車技術会 2021 年秋季大会学術講演会公演予稿集，20216164，(2021)
- (6) 酒井英樹：ロール固有振動数についての一考察，自動車技術会論文集，Vol.46，No.2，p.385-391 (2015)
- (7) 酒井英樹：自動車運動力学～気持ちよいハンドリングのしくみと設計～，森北出版，p.38-48(2015)
- (8) 安部正人：自動車の運動と制御～車両運動力学の理論形成と応用～，東京電機大学出版局，p64-100(2008)